

ATIVIDADE MATEMÁTICA INSTITUCIONAL: ANÁLISE DAS CONDIÇÕES PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Edmo Fernandes Carvalho¹

Luiz Marcio Santos Farias²

Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires³

RESUMO

A necessidade do ensino dos saberes matemáticos foi surgindo em decorrência das necessidades sociais, isso os credenciava a razão de ser do seu estudo. Na contemporaneidade, há certa dificuldade em compreender esta razão e, portanto, de ensiná-los e/ou estudá-los. Possivelmente, isso justifique aspectos negligenciados no ensino de determinados saberes. Partindo de questionamentos como: porque ensinar ou o que ensinar a respeito do gráfico das funções, delineamos nossas questões de investigação em dimensões (epistemológica, ecológica e problema didático de investigação no âmbito da Teoria Antropológica do Didático). Visamos analisar o processo de instrumentação de diferentes recursos tecnológicos por meio da criação e resolução de problemas matemáticos sobre o objeto gráfico de funções quadráticas. Entretanto, nesse trabalho é apresentado um recorte dessa investigação, sendo abordados elementos de uma análise prévia a partir da experimentação de uma tarefa que evoca conhecimentos sobre propriedades gráficas da função quadrática, o que constitui a fase inicial das análises que serão realizadas na dimensão econômica do referido problema didático. Desse modo, apontamos indicadores de atividade matemática incompleta, como ponto que deve ser considerado para a proposição de dispositivos didáticos que corroborem para mitigar o problema didático identificado.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Praxeologias matemáticas. Gráfico de funções quadráticas.

1 INTRODUÇÃO

Partindo da ideia de transformações que os saberes passam ao longo da história para se adequarem ao ensino, transformações estas que não representam uma simples vulgarização do saber científico, mas uma produção cultural complexa e sofisticada, que tem contribuído de forma significativa para perpetuação desses saberes na sociedade, passamos a olhar de perto nas nossas práticas aspectos das praxeologias matemáticas que davam pistas de um fenômeno ainda não mencionado de forma explícita.

¹ Professor de Matemática. Doutorando do PPGEFH, UFBA – Bahia – Brasil, edmofc@gmail.com

² Licenciado em Matemática. Doutor em Didática da Matemática, Université de Montpellier II, UM2, França. Coordenador do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, UFBA Bahia, Brasil, lmsfarias@ufba.br

³ Professora do Curso de Licenciatura em Matemática, Doutora em Educação Matemática, UCSAL, maria.a.pires@pro.ucsul.br

Esse movimento caracterizado por tais transformações dos saberes, possivelmente tem influenciado o desenvolvimento da atividade matemática, no sentido de impor restrições institucionais importantes, implicando por vezes nas dificuldades encontradas no processo de ensino e de aprendizagem, especialmente da matemática.

Essa temática tem despertado nossa atenção, e enquanto membros de um grupo de investigação que estuda as relações entre a didática das ciências, matemática e tecnologias e os aspectos institucionais relativos às instituições de ensino, vinculado à Universidade Federal da Bahia – UFBA iniciamos um estudo mais específico sobre o que viria ser tal fenômeno, se é que podemos assim chamá-lo.

Nesse contexto, considerando que as dificuldades enfrentadas por professores e estudantes vão além de razões cognitivas ou simplesmente da forma que são ensinados os conteúdos matemáticos, o que implica dizer que são de ordem institucional, chegamos ao estudo das incompletudes do trabalho institucional.

Dentre os efeitos da incompletude do trabalho institucional, que a partir desse ponto denominaremos por suas iniciais (ITI), estão as dificuldades, tanto docentes quanto discentes, quando os sujeitos se defrontam com tarefas matemáticas, especialmente quando se faz necessário um aporte tecnológico-teórico (FARIAS, CARVALHO, 2016), para compreendê-las e apresentar-lhes formas particulares de resolvê-las.

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1992), como lente de análises dos fenômenos didáticos associados à atividade matemática institucional (AM), associamos as referidas dificuldades, sendo uma delas a compreensão dos conceitos matemáticos, a problemas didáticos (PD), que se caracterizam como problemas de investigação, geralmente definidos nas dimensões epistemológica, econômica e ecológica.

Diante do que fora exposto até o momento, buscamos nesse trabalho, analisar as condições de existência e restrições do saber função quadrática numa determinada instituição de ensino superior, num curso de licenciatura em matemática. Para melhor compreensão do problema didático, delimitamos o objeto a ser abordado na investigação, dedicando atenção para a translação da parábola em torno dos eixos coordenados. De modo geral, são apontadas algumas dificuldades na aprendizagem do objeto funções (SILVA, 2013) e alguns aspectos são negligenciados no seu ensino (REZENDE PESCO, BORTOLOSSI, 2012).

Assim, considerando que as dificuldades a que nos referimos são consequências de fatores de ordem institucional, como as escolhas didáticas para o ensino do saber em jogo e a consonância entre as praxeologias vivas na instituição e a epistemologia matemática-didática geral, bem com que a configuração didática para o ensino desse saber mostra-se insuficiente

para promover situações que propiciem a aprendizagem, fazemos nesse recorte de uma investigação mais ampla, um questionamento que serve de diretriz para este estudo. Desse modo, interessa-nos compreender quais condições e restrições são postas em prática para desenvolver as praxeologias matemáticas para o estudo das funções quadráticas em diferentes registros (nos quadros da análise, da álgebra e da geometria)?

Apresentamos no prosseguimento dessa comunicação, a primeira etapa da investigação em que nos detivemos a conhecer as condições e restrições atinentes a um modelo epistemológico denominado na literatura como Modelo Epistemológico Dominante - MED (BOSCH, GASCON, 2010; LUCAS et al., 2014), mais particularmente ao Modelo Praxeológico Dominante – MPD (ARTAUD, 2017), que implica dizer que nosso olhar volta-se às praxeologias matemáticas desenvolvidas pelos sujeitos participantes da investigação, antes de qualquer intervenção que advenha dessa.

Quanto às incompletudes do trabalho institucional, também fazemos um recorte e falaremos aqui da incompletude da atividade matemática institucional. A esse respeito, já podemos adiantar que, por meio de revisão de literatura e com base em dados empíricos das investigações em andamento e/ou finalizadas do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisas sobre Ensino e Didática das Ciências, Matemática e Tecnologias – NIPEDICMT/UFBA, existe uma incompletude sobre estudo dos conceitos matemáticos. Esta pode ser identificada a partir da proposição feita por Chevallard, ao caracterizar a atividade matemática, chamando a atenção para a necessidade da indissociabilidade dos momentos didáticos do trabalho da técnica e tecnológico-teórico (BOSCH & GASCÓN, 2010).

Igualmente, temos constatado nas investigações que estão sendo desenvolvidas no âmbito do NIPEDICMT/UFBA, que as atividades matemáticas das instituições que compõem as investigações estão ancoradas nos momentos técnico-prático e exploratório, e daí sai a noção de incompletude da atividade matemática institucional, os momentos didáticos estão dissociados, e possivelmente os efeitos são nocivos sobre a aprendizagem.

Nessa etapa da investigação o contexto foi composto por estudantes de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade do interior do estado da Bahia. Ao todo foram doze participantes que cursavam a componente curricular Pré-cálculo, oferecida no período de ingresso do estudante no curso. Entretanto, os participantes dessa investigação repetiam a referida disciplina.

A abordagem metodológica utilizada foi de natureza qualitativa (CRESWELL, 2007), na qual realizamos uma análise que retém alguns elementos da análise praxeológica (MATHERON, 2000) de uma tarefa que compõe uma sequência didática, por meio das

resoluções apresentadas pelos estudantes. Mas, iniciamos com uma breve análise *a priori* da situação, o que nos possibilitou comparar possíveis técnicas que seriam utilizadas pelos estudantes com as que de fato aparecem nas resoluções.

No que se refere à investigação maior, estamos trabalhando em questões relativas ao Modelo Epistemológico-Didático Dominante - MED (BAQUEIRO, BOSCH, GASCÓN, 2010), o qual contribui para compreendermos as razões para a forma que está instituído, atualmente, o tratamento dado a esse saber, bem como da proposição de um modelo epistemológico de referência – MER, imprescindível para estudar o saber matemático antes que se transforme em saber a ser ensinado (FARRAS, BOSCH, GASCÓN, 2013).

O referencial teórico-metodológico, que dá suporte a investigação é a Teoria Antropológica do Didático – TAD (CHEVALLARD, 1999), desta tomamos especialmente a noção de praxeologia, para então pensarmos na desconstrução e posterior reconstrução das praxeologias dos sujeitos participantes da investigação.

A noção de praxeologia constitui uma ferramenta fundamental utilizada no âmbito da TAD, para que seja realizada a descrição e interpretação (modelo epistemológico) da atividade matemática (AM) e em particular, os sistemas e modelos que intervêm no problema didático investigado (FARRAS, BOSCH, GASCÓN, 2013). Além disso, ela modela a atividade matemática do sujeito, o que nos permite olhar para esse elemento a procura de características das incompletudes da atividade matemática institucional.

Ademais, a produção de dados que apresentamos aqui, contribui de certo modo com a concepção do Modelo Epistemológico de Referência, que é provisional e depende das escolhas do investigador, sendo tal modelo alicerce para delineamento de um Percurso de Estudo e Pesquisa, que não será discutido nesse trabalho.

2 PERCURSO METODOLÓGICO

Para a proposta macro de investigação, a abordagem metodológica pretendida é da Engenharia didática do Percurso de Estudo e Pesquisa (ALMOULOU, SILVA, 2012), que se apoia na proposta de reconstrução de métodos de pesquisa de acordo com Chevallard (2009). Denominaremos a partir de então, essa abordagem de PEP, em outros falaremos de dispositivo didático do PEP, fazendo as devidas ressalvas. Como este instrumento serve para analisarmos certas restrições que dificultam o desenvolvimento de uma determinada atividade didática nas instituições de ensino, ressaltamos que as análises prévias realizadas e apresentadas aqui, que constituíram atividades de estudo e investigação (AER em francês), já integram o referido PEP em nossa pesquisa.

Nesse recorte da investigação, trazemos uma das questões que norteiam nosso trabalho: como tornar a AM uma ação reflexiva do sujeito na instituição integrante da pesquisa? Por meio dela damos conta da dimensão econômica do problema didático de investigação, que se referem especialmente as formas de desenvolver a atividade matemática (AM) numa determinada instituição.

Nessa abordagem estão previstas análises dos aspectos históricos e epistemológicos do saber funções quadráticas para compreendermos as práticas desenvolvidas em variadas instituições, além dos estudos preliminares que visam identificar a tradição do ensino desse saber, bem como outros aspectos da cultura da instituição. Nesse trabalho, apresentamos esses estudos preliminares a partir das respostas produzidas por estudantes para uma tarefa sobre propriedades gráficas da Função Quadrática e do acompanhamento da relação desses estudantes na componente curricular Pré-Cálculo. Essa análise corrobora com a proposição de hipóteses de trabalho e do refinamento da hipótese de investigação.

Além disso, essas primeiras análises marcou o início do delineamento do Modelo epistemológico de referência (MER) que se materializará com o PEP cujo principal objetivo é proporcionar um trabalho de investigação matemática propiciando a desconstrução e reconstrução de praxeologias matemáticas dos estudantes participantes, a partir das ferramentas matemáticas amparadas na epistemologia geral da Matemática.

O contexto da investigação inicialmente foi composto por uma instituição de Ensino Superior de Feira de Santana. Os participantes são estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, especialmente de uma disciplina da área de Educação Matemática em que é estudado o referido saber. Entretanto para o prosseguimento da investigação, teremos novos participantes e os acompanharemos em dois momentos do curso.

Como fonte de produção de dados nessa primeira etapa da investigação utilizamos a observação direta, e respostas produzidas pelos estudantes, para realização de análise com alguns elementos da análise praxeológica relativa a tarefa proposta.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentamos inicialmente uma análise a priori da situação, pois se faz uma exigência de ordem epistemológica e de vigilância didática prevermos possíveis comportamentos dos estudantes frente à tarefa proposta. Desse modo, esperávamos que diante da tarefa proposta aos estudantes, estes apresentassem estratégias que imbricariam a linguagem natural, e a

linguagem matemática com o uso de registros gráfico e algébrico, ancorados no quadro da análise.

A tarefa proposta abordava a análise do comportamento gráfico de um determinado tipo de função quadrática por meio da manipulação de diferentes registros de representação, como segue:

Tipo de tarefa: Analisar a translação da parábola no sistema de coordenadas cartesianas.

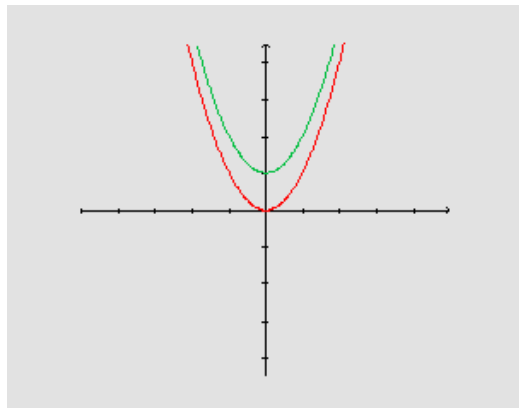
Tarefa: analisar a translação vertical da parábola de acordo com um dos coeficientes da expressão algébrica (equação da parábola) que representa a função.

Tarefa T1: Consideremos uma função quadrática dada pela expressão $y=f_1(x)=[ax]^2+k$, onde a é uma constante real, com $a \neq 0$. Observemos que, se $a = 0$, a função obtida não será do segundo grau, pois será a função constante nula. Qual a ação do coeficiente k quando comparamos o gráfico de f_1 ao da função $y=f_0(x)=x^2$?

A referida tarefa não sofrerá nenhuma modificação, a mesma foi extraída do portal e-cálculo da USP. Para resolvê-la, os estudantes deveriam ao menos no que se espera nos parâmetros do modelo epistemológico dominante, primeiro considerar alguns valores para k (por exemplo: $k=-2$, $k=-1$, $k=1/2$, $k=1$ e $k=2$), o que poderia ser feito para qualquer outro valor real, para verificar o que acontece com a função representada pela equação $y=f_1(x)=[ax]^2+k$ em relação ao gráfico da função representada por $y=f_0(x)=x^2$.

Observamos que para $k=1$ cada ponto do gráfico de $y=x^2+1$ tem ordenada igual a uma unidade a mais do que a ordenada do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y=x^2$. O gráfico de $y=x^2+1$ é o resultado de uma translação vertical de uma unidade da parábola que é a representação gráfica de $y=x^2$.

Figura 1 – Translação vertical da parábola de $y = x^2 + 1$



Fonte: <http://ecalculo.if.usp.br/>

O processo para $k = 2$ é análogo, assim como para os demais valores reais de k . Nesse caso os estudantes perceberiam, que cada ponto do gráfico de $y = x^2 + 2$ tem ordenada igual a duas unidades a mais do que a ordenada do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x^2$. O gráfico de $y = x^2 + 2$ é o resultado de uma translação vertical de duas unidades da parábola que representa graficamente a equação $y = x^2$.

Não indicamos nessa fase da investigação o uso de softwares dinâmicos ou calculadoras gráficas, mas também não restringimos a ação dos estudantes para que não os utilizassem. O foco nessa etapa foi identificar restrições e condições institucionais por meio das práticas dos estudantes, o que de certo modo, revelam a forma institucionalizada na Educação Básica, já que estes estudantes se encontram no primeiro período do curso superior. Ou como foi o caso destes repetindo a componente curricular devido dificuldades com o estudo dos saberes abordados nessa.

Feita a análise a priori da situação, apresentamos a partir desse momento, uma análise das estratégias utilizadas pelos estudantes na experimentação da situação. Dentre os doze estudantes que participaram da atividade, uma não apresentou resposta para a tarefa. Desse modo não temos o registro de estratégia. Perguntada sobre o motivo que a levou a não resolver a tarefa, a mesma disse ter dificuldades porque não compreendia o que era solicitado na questão (dificuldades quanto o registro de representação semiótica linguagem materna escrita e sua relação com a linguagem matemática). Seis alunos erraram a tarefa, nesse caso estamos considerando que de modo geral a resposta produzida apresentou equívocos, como foi o caso do estudante Jorge (utilizaremos pseudônimos para nos referir aos estudantes), cujas estratégias apresentamos a seguir.

Jorge disse em parte de sua resposta que o gráfico se desloca para cima k unidades. Ao fazer tal afirmação o referido aluno só considera a translação vertical para cima, ou seja, implicitamente assume para k valores reais positivos. Outra possibilidade para compreensão do erro, é que o aluno pode ter considerado que qualquer que seja o valor de k a translação vertical ocorrerá apenas para valores positivos sobre o eixo das ordenadas. Além disso, não utilizou nenhum parâmetro visível para apresentar uma generalização, mas considera o gráfico da função representada pela lei algébrica $y = x^2$, que é esboçado em sua resposta. O gráfico de $y = x^2 + k$ não foi esboçado, por este fato inferimos que não está bem definido para o estudante, o que k representa nessa equação, se comparada com a $f_0(x)$, ainda que tenha dito que ocorre a translação vertical num só sentido. Ao ser questionado sobre sua dificuldade em esboçar o gráfico de $f_1(x) = x^2 + k$, diz que é justamente o fato de representar “esse k ” que pode assumir qualquer valor real.

Nessa etapa da investigação também não nos detivemos à análise do duplo estatuto da parábola, mas isso será realizado na continuidade da investigação. Assim, não fizemos distinção se para o estudante a lei algébrica $y = x^2$ estava representando uma função quadrática (como parece ter sido) ou a equação da parábola, nem as propriedades relacionadas aos dois objetos. Utilizaremos essa distinção como indicador da compreensão dos estudantes a respeito do objeto matemático estudado por meio do PEP, momento em que detalharemos aspectos do mapeamento da IAI sobre conceito(s) da função quadrática.

Os demais estudantes que participaram da pesquisa indicaram em suas repostas que a noção de translação utilizada na resolução da tarefa parecia um tanto confusa, pois se referiam à translação horizontal, o que estava de acordo com uma tarefa do livro didático de referência, respondida por estes anteriormente. Tomamos como exemplo, a resposta de um dos alunos que afirma: independentemente do valor de k , o gráfico vai se mover [...] no caso de $k=3$ o gráfico (parábola) vai se mover para cima e para a direita. Se o valor de k for negativo a parábola vai para direita e para baixo. Vale destacar um aspecto que se refere à tradição construída pelo uso do livro de referência. Nesse manual didático, a forma algébrica privilegiada no estudo das funções quadráticas, é a canônica da função quadrática, e nesse caso, os estudantes podem ter confundido os coeficientes no momento de determinarem como ocorreria a translação.

Utilizamos esses dados presentes nas repostas dos estudantes, bem como os que apresentaram soluções corretas, para reforçar a hipótese da incompletude da atividade matemática institucional nessa instituição. Ao menos no contexto desse recorte da investigação, o trabalho dos estudantes está alicerçado na técnica, ou seja, revelam a prevalência da técnica sobre o significado do saber estudado. Afirmar que a parábola é deslocada para cima ou para baixo k unidades surgem nas estratégias como observação direta a partir dos gráficos construídos com diferentes valores para k , mas que pode ser facilmente generalizado e daí a resposta surge de forma quase automática, comparada as técnicas utilizadas em famílias de tarefas que envolvem a noção de translação resolvida anteriormente. Mas porque, esse deslocamento ocorre verticalmente? Quando este ocorre para o lado direito ou esquerdo, ou quando ocorre verticalmente e horizontalmente? Como conhecer essas noções auxilia na compreensão do conceito desse tipo de função? São questões indicadoras do bloco tecnológico-teórico que deveria integrar as praxeologias na instituição em questão.

Recomenda-se que o estudo da função quadrática seja realizado na educação básica de forma que o estudante estabeleça relações entre os coeficientes da equação polinomial do segundo grau e a forma do gráfico, por meio da exploração da forma fatorada $f(x) = a \cdot (x - n)^2 + k$.

Mas isso tem sido outro entrave significativo na aprendizagem dessas funções, visto que, surge a necessidade de compreensão do papel dos coeficientes: a , n e k , que inevitavelmente será comparado com os coeficientes a , b e c da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Entretanto, não significa que este ensino deva ser estabelecido apenas por meio da expressão analítica da função, ou seja, no quadro algébrico.

Outro entrave que acompanha a atividade matemática do estudante desde a Educação Básica normalmente está pautado na necessidade de auxiliar os estudantes a promoverem generalizações por meio de sequências de exemplos (FIGUEIREDO, CONTRERAS, 2013). Segundo estes autores a ideia que permeia as representações sociais de alguns educadores é que os alunos possam identificar o que existe de comum entre vários casos diferentes para conseguirem identificar o que variou entre vários casos que se apresentam como semelhantes nas tarefas que lhes são propostas. No sentido diferente a esse pensamento estabelecido, existe um forte componente na relação entre estudantes, saber e professores, que cristalizam as formas de tratar os saberes estudados/ensinados, que influenciam de forma um tanto restritiva, no processo de variação de aspectos importantes de um conceito.

Passando a analisar agora as estratégias corretas, identificamos uma lacuna no que se refere ao rigor na apresentação da solução, isso pode ser um indicador da ausência de elementos constituintes dos quadros da análise, álgebra e geometria. Outro aspecto foi o não surgimento de respostas com técnicas pautadas em pelo menos dois registros de representação, podendo esse conjunto de aspectos ser indicador da IAI, que acreditamos ter sua gênese na Educação Básica, refletindo nas práticas desenvolvidas no Ensino Superior e por consequência voltarem as escolas quando os estudantes iniciarem o exercício da regência como professores de Matemática.

Uma questão importante de semântica marcou as respostas para essa tarefa. Cinco estudantes utilizaram a expressão “o gráfico da função $y = x^2 + k$ (mesmo que considerando diferentes valores para k) é o mesmo da função $y = x^2$ [...]”. Para estas soluções sintetizamos no quadro a seguir os elementos que identificamos no momento, dos blocos técnico-prático e tecnológico-teórico.

É da coluna que indica o elemento teórico que tiramos o aspecto mais forte da IAI no contexto dessa investigação. Justamente o conceito de variabilidade associado ao conceito de função, que tem sido um entrave no ensino desse objeto. Normalmente, as funções são compreendidas enquanto relações estáticas entre grandezas (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012), lacuna que pode ser transposta para a noção necessária à resolução da tarefa supracitada.

Quadro 1 – Elementos do conjunto praxeológico

Tipo de Tarefa (T): Transladar o gráfico da função quadrática		
Tarefa (T ₁): Transladar verticalmente a parábola após análise do valor de um dos seus coeficientes.		
Técnica (τ)	Tecnologia (Θ)	Teoria (Θ)
Consiste em fazer variar o valor de k ($k \in \mathbb{R}^*$) e observar o efeito dessa variação esboçando o gráfico de $f_1(x) = ax^2 + k$.	Propriedades da Translação da parábola.	Conceito de variabilidade em função do coeficiente que está sendo analisado.

Fonte: Dados da pesquisa

Como nos propomos caracterizar elementos que denotem condições e restrições institucionais (CHEVALLARD, 2009), apontamos uma restrição institucional importante, identificada nas praxeologias matemáticas levadas da Educação Básica ao Ensino Superior, no contexto investigado, sobre as quais pretendemos identificar os efeitos e verificar até que ponto existe. O trabalho no campo numérico, já dentro de um trabalho alicerçado no bloco saber-fazer dissociado do bloco do logos (discurso racional que justifica as formas particulares de realizar tarefas), é colocado nessa investigação como um dos indicadores da IAI. Isso nos impõe outra necessidade investigativa, estudar a passagem da aritmética a álgebra, pois devem se apresentar condições não alcançadas localizadas aí que corroboram com a IAI no ensino e estudo dos objetos matemáticos no quadro algébrico. Nesse ínterim, acreditamos que culturalmente os sujeitos buscam como resultados das tarefas, um número, e isso possivelmente implica na dificuldade de apresentar soluções que evocam conhecimento na relação dos quadros da análise, álgebra e geometria.

O gráfico da função quadrática, objeto de nosso interesse, é normalmente esboçado a partir da construção de uma tabela de valores notáveis, aproximando esta noção a de uma máquina de entrada x e saída y , no entanto, o que fica para o estudante, normalmente é a ideia de uma correspondência estática entre os valores das variáveis “ x ” e “ y ”. Desse modo, pode-se dizer que é em termos da correspondência $[x, f(x)]$ ou $[x, y=f(x)]$ que se estabelece a noção de função em alguns dos principais manuais didáticos da Educação Básica e conseqüentemente das praxeologias matemáticas nesse nível de ensino conduzidas tradicionalmente ao ensino superior.

A variação de uma grandeza que depende da variação da outra, é um conceito sofisticado para alguns, e de importância no estudo do conceito global de função. Porém, este se torna incompleto do ponto de vista epistemológico, se não estudarmos como ocorre esta

variação. E tendo como outro indicador da IAI, essa ausência da compreensão da ideia de relação de variação, ou a compreensão de função enquanto relação estática entre os valores das variáveis “x” e “y”, incorporaremos no MER dessa investigação (em fase de planejamento), conseqüentemente no PEP a ser desenvolvido, atividades de estudo e investigação (AER), primeiro no contexto monodisciplinar (intra matemático), tarefas que deem conta da noção de função como relação de variabilidade de grandezas. Acreditamos que esse conjunto de AER (PEP) com tarefas no entorno matemático e extra-matemático, possam mitigar os efeitos da IAI, por trazer para as práticas institucionais a razão de ser dos saberes. Investiremos, como foi o caso dessa tarefa, no questionamento de casos mais particulares, que não é uma prática tão comum na Educação Básica, integrando assim uma das etapas do PEP (LUCAS, FARIAS, 2016) um novo contrato didático, nas relações institucionais.

Na busca por repostas para a questão relativa ao que restringe a compreensão do conceito de função, estamos realizando um estudo que visa identificar aspectos epistemológicos e históricos desse saber, para contrastá-los com os dados oriundos da parte empírica dessa investigação, que ainda está em andamento. De antemão, já identificamos algumas características que nos auxiliaram no refinamento do objeto de investigação. Na evolução do conceito de função, ele saiu, gradativamente, do âmbito do Cálculo, enquanto relação entre quantidades variáveis, para o âmbito da Teoria dos Conjuntos, e foi possível identificar isto na prática dos estudantes participantes da investigação, no momento do trabalho com a conceituação de função que antecede a experimentação da tarefa em jogo e durante tal experimentação.

Essa definição, que surgiu no início do século XX e historicamente pouco contribuiu para o desenvolvimento do conhecimento matemático num sentido mais amplo, quando tomarmos como referência o que tem sido usualmente ensinado na Educação Básica (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012), pode ser um dos elementos que contribuem para a restrição da atividade matemática institucional no Ensino Superior, que tomaremos como indicador epistemológico-histórico dessa IAI.

No caso dos cinco estudantes que acertaram parcialmente a tarefa T1 proposta nessa etapa da investigação, é possível que as dificuldades apresentadas devam-se ao fato do conceito de função ter sido incentivado pelo desenvolvimento da álgebra simbólica e pela extensão do conceito de número (BUENO, VIALI, 2009) que está arraigado nas práticas institucionais tanto na educação básica quanto superior. Segundo estes autores, são estes os fundamentos que proporcionaram a introdução do conceito de função como uma relação entre

conjuntos numéricos e como uma expressão analítica das funções através de fórmulas, como são trabalhados especialmente na Educação Básica.

Assim, a preocupação com aspectos institucionais, e os aspectos epistemológico-históricos, nos conduz a compreensão do complexo fenômeno do desenvolvimento da atividade matemática institucional no que se refere mais especificamente, ao estudo da função quadrática e que delineará nossa proposta de um PEP adequado ao trabalho com o saber em jogo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Falamos de indicadores no decorrer do texto, que sinalizam uma incompletude da atividade matemática institucional sobre o estudo dos conceitos matemático, nesse caso particular de funções quadráticas. Tais indicadores estão sendo organizados em categorias, mas este ainda é um trabalho em andamento. Mas, já abordamos a IAI, mesmo com esses dados preliminares, porque o conjunto praxeológico na instituição integrante da investigação mostrou lacunas nas organizações matemáticas dos estudantes, à medida que, estão ancoradas no bloco técnico-prático, que parece não coadunar com o bloco tecnológico-teórico, que indica a consciência do sujeito a respeito da razão de ser daquilo que está sendo estudado. Em outras palavras, dizemos que o bloco do discurso racional, está sendo explicitado num momento diferente do trabalho da técnica, normalmente, antes de uma suposta aplicação dos elementos teóricos estudados.

Acreditamos que um trabalho que esteja pautado na experimentação de percursos de estudo e pesquisa (CHEVALLARD, 2009) e que considere diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 1995), auxiliarão no direcionamento da atenção do sujeito para algumas características específicas dos conceitos matemáticos permitindo perceber um caso geral a partir de casos particulares, como foi o caso da tarefa proposta aos futuros professores de Matemática e a razão de ser dos saberes estudados, especialmente se o trabalho no contexto codisciplinar. Este, por sinal, é apontado como grande desafio para trabalhos com PEP (citar).

Na continuidade dessa investigação objetivamos identificar quais são as razões de ser para esse tipo de função abordada, a medida em que experimentamos no PEP um conjunto de AER, e quais condições são postas em prática para desenvolver as praxeologias matemáticas para o estudo das funções quadráticas em ambientes tecnológicos, dentro dos limites atuais do

sistema de ensino? (Dimensão experimental), que vem ser nossa principal indagação na investigação mais ampla.

E para a difícil tarefa de reconstrução de praxeologias, uma das contribuições do PEP, este trabalho já apontou indicadores da IAI, mas especialmente, as restrições institucionais no estudo de casos particulares da função quadrática, que apontam localmente o que é necessário abordar no referido PEP, trazendo à tona, conseqüentemente, assim esperamos, elementos que distinguem a fronteira do PEP dispositivo de investigação e do PEP enquanto dispositivo didático.

REFERÊNCIAS

BOSCH, M. GASCÓN, J. Fundamentación antropológica e las organizaciones didácticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”. IN: Bronner, Alain et al. Apports de la théorie anthropologique du didactique: **Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action**. IUFM de l'académie de Montpellier 2010, p.55-90.

BUENO, R.W.S., VIALI, L. **A construção histórica do conceito de função**. EMR-RS, ano 10, n. 10, v.1, p. 37 a 47,2000.

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v.12.1, p.73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, nº 2, 1999.

CHEVALLARD, Y. La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. **La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire**, APMEP, 2005, pp. 239-263.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne, Suisse: Peter Lang, 1995. p. 400.

FARRAS, B. B., BOSCH, M. GASCÓN, J. Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28, 2013.

FIGUEIREDO, C. A., CONTRERAS, L. C. A função quadrática: variação, transparência e duas tipologias de exemplos. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, n. 3, mai. 2013, pp.45 – 68. Disponível em: <http://www.aiem.es>. Acesso em: 13 fev. 2015.

MATHERON, Y. Analyser les praxéologies quelques exemples d'organisations mathématiques. **Petit x**, n° 54, pp. 51 à 78, 1999 – 2000.

REZENDE, W. M.; PESCO, D. U.; BORTOLOSSI, H. J. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. **Anais da 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra**. ISSN 2237-9657, pp.74- 89, 2012.

SOUZA, A. R., SILVA, G. A. Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática utilizando os softwares ‘parábola’ e ‘oficina de funções’. **ZETETIKE – Cempem – FE**, Unicamp, v. 14, n. 25, jan.jun./2006.