

UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO

Ivan Alves dos Santos Filho ¹
Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires ²

RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar um estudo histórico sobre o processo evolutivo do Cálculo Diferencial e Integral, por meio de uma pesquisa qualitativa, de natureza bibliográfica, incluindo análise de questionários aplicados a professores do componente curricular do Cálculo, no Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Católica do Salvador. Sabemos que o cálculo é uma ferramenta poderosa para o desenvolvimento das atividades humanas e sua aplicação se estende em várias áreas das ciências, está presente de modo significativo em muitas grades de alguns cursos de graduação, tais como: Engenharia, Física, Química, Administração, Economia e muitos outros. A história da Matemática é antiga, quase como toda a humanidade, remonta há povos que após inventarem a escrita assim como os processos rudimentares de contagem. Esses processos foram aperfeiçoados e desenvolvidos ao longo de toda a História da Matemática. Nesse estudo buscamos destacar a evolução do cálculo através dos anos, e apresentar as contribuições do matemático Leibniz para a consolidação do estudo do Cálculo Diferencial e Integral bem como analisar as concepções de ensino do cálculo, dos professores que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Cálculo Diferencial e Integral. Ensino do Cálculo.

1 INTRODUÇÃO

Durante minha jornada acadêmica, no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Católica do Salvador, sempre tive um fascínio pelas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Quando me deparei pela primeira vez, com o estudo do Cálculo I, fiquei muito motivado e empenhado em entender os conceitos intuitivos de limites e continuidade e as regras de derivação.

A partir do curso de Cálculo II esse interesse tornou-se algo apaixonante, pois além de dominar algumas das regras de derivação e estabelecer alguns conceitos intuitivos geométricos fui apresentado ao conceito de integração, e esse foi para mim um dos assuntos pelos quais mais me interessei e pude retomar esse interesse, ao escolher o tema para meu Trabalho de Final de Curso (TCC), porque além das representações algébricas da disciplina,

¹ Licenciando em Matemática, Universidade Católica do Salvador, e-mail.

² Professora do Curso de Licenciatura em Matemática, Doutora em Educação Matemática, UCSAL, maria.a.pires@pro.ucsal.br

através da resolução de integrais definidas e indefinidas, pude verificar também todo o rigor geométrico estabelecido através de muitas integrais resolvidas com as aplicações do cálculo de área e volumes de algumas funções. Além de reconhecer o meu fascínio pelo assunto foi através dessa disciplina, que pude perceber também as minhas dificuldades, e trabalhar em várias delas ao longo da minha graduação, porém, me faltava algo que permeava a minha mente durante a resolução de várias derivadas e integrais, e outros conteúdos relacionados ao cálculo. Sobre a história do cálculo, os matemáticos e o desenvolvimento dessa área da matemática. Qual a história do cálculo? Quais os matemáticos que desenvolveram o estudo do cálculo? Ouvia falar em Newton, Leibniz e outros matemáticos. Afinal quem foram esses matemáticos? Qual a sua importância e contribuições para o desenvolvimento do Cálculo?

Essas e outras respostas foram dadas durante as aulas de História da Matemática, disciplina pela qual tenho grande admiração e paixão através do modo como ela foi passada, foi a partir dessa matéria que a minha motivação continua em estudar a matemática se tornou algo tão grandioso, pois através de muitas leituras de ótimas bibliografias pude entender muitos dos conceitos estudados, através de assuntos trabalhados durante o curso.

Dentre esses estudos destaco a História do Cálculo, através da leitura de autores como: Boyer, Eves, Barow, Struik, entre outros, pude decidir de forma concisa o tema pelo qual desenvolveria minha monografia de final de curso.

Um dos matemáticos que mais me fascinaram ao longo dessas leituras foi Leibniz, pois, grande parte dos conceitos e representações simbólicas conhecidas no cálculo infinitesimal foi desenvolvida por ele, daí o interesse de conhecer um pouco mais da história desse matemático e as principais contribuições para o estudo do cálculo integral.

O cálculo diferencial e integral é um dos conteúdos de aplicações matemáticas mais utilizadas na atualidade, porque o mesmo engloba várias áreas do conhecimento humano, sejam eles relacionados à física, à química, às ciências astronômicas, às ciências econômicas, à medicina e também outras áreas que necessitem da funcionalidade do cálculo como recurso de aplicabilidade e pesquisa.

O desenvolvimento do cálculo se deu graças à evolução dos métodos utilizados pelo homem desde a antiguidade, para organizar e facilitar a vida em sociedade. O homem sempre sentiu necessidade do cálculo, desde o início das primeiras civilizações que utilizavam o sistema de correspondência biunívoca durante as suas práticas para mensurar os seus rebanhos, que cabiam a eles como propriedades, até o rigor dado à disciplina durante a ascensão da análise matemática no século XIX, em toda a Europa e que permeia toda a jornada nos centros de estudos universitários.

Através da história evolutiva do cálculo pode-se compreender como se originaram as ideias que foram dando formas e modelos em cada sociedade, para seu desenvolvimento. Além disso, entender de que forma cada conceito que sendo introduzido, ampliado, evoluído no estudo do cálculo e por que no fundo, esses conceitos estavam sempre relacionados a algo natural, associado ao processo de transformação e mudanças do próprio homem.

Como citamos acima o cálculo é uma das disciplinas que está presente em muitas atividades humanas do cotidiano, na graduação essa disciplina está inserida como componente curricular na grade de vários cursos universitários e não apenas nos cursos de bacharelado e licenciatura em Matemática. O ensino do cálculo faz parte, igualmente, de outras modalidades de graduação, como Engenharia, Química, Administração, Arquitetura, Economia e até mesmo em áreas que não estão relacionadas às ciências exatas.

Essa disciplina quando é oferecida em diversas graduações a mesma acaba sendo utilizada como “curso de serviço” que fará parte da formação básica do aluno durante o semestre. O objetivo da disciplina acaba sendo de fornecer ao aluno um aparato ferramental matemático para a resolução de algum problema típico da área ao qual o aluno estuda.

As dificuldades que os alunos enfrentam constantemente nessa disciplina vêm aumentando efetivamente o número de pesquisas, visando compreender a natureza das dificuldades e buscar maneiras apropriadas para trabalhar com os conteúdos dessa disciplina nos cursos em que estão presentes.

O objetivo central desse estudo é analisar e discutir as contribuições da História da Matemática, em relação ao ensino do cálculo, nos cursos de Licenciatura em Matemática, nesse processo buscou destacar a evolução do cálculo através dos anos, e apresentar as contribuições do matemático Leibniz para a consolidação do estudo do cálculo diferencial e integral bem como analisar as concepções de ensino do cálculo, dos professores que atuam nos cursos de licenciatura em matemática, sendo esses os objetivos específicos dessa pesquisa.

2 UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO

A matemática que se conhece no século XXI teve grande desenvolvimento graças ao empenho de vários matemáticos dessa geração. Porém muitos conceitos matemáticos que se conhecem hoje na matemática, foram graças às noções de números, formas e grandezas criadas pelas civilizações antigas que desenvolveram mecanismos que facilitassem as suas atividades em sociedade.

Na Antiguidade muitos povos que estavam se estabelecendo viviam de atividades relacionadas à caça de pequenos animais e da extração de algumas raízes. Muitas dessas sociedades viviam em grandes espaços abertos das savanas da África, sul da Europa e na América Central. E como eles não se estabeleciam em um lugar fixo, os mesmos viviam como nômades e se deslocavam de um lugar para o outro a procura de alimentos e locais que permitiam eles se abrigarem com as variações climáticas. Esse período de locomoção contínua ficou conhecido como Período Paleolítico ou Antiga Idade da Pedra, (FERREIRA, 1984). A vida nesse período não teve um desenvolvimento como nos anos que se seguiram em algumas civilizações, pois a maior preocupação desses grupos era com a sobrevivência, não havendo assim progressos significativos de desenvolvimento devido às condições de vida que muitos deles viviam.

Figura 1: Duas Vistas do Osso de Ishango



Fonte: Eves, 2004, p. 26

Muitas descobertas arqueológicas comprovam que a ideia de contagem é muito mais antiga que muitas outras invenções desenvolvidas pelo o homem na antiguidade, como mostra a figura 1, o Osso de Ishango localizado em uma região da África, o osso é datado de 8000 anos de idade e considerado um dos mais antigos artefatos de contagem encontrado pelo homem. As suas marcações, ou entalhes sinalizam as contagens que eram utilizadas pelos homens que habitavam a região. A civilização primitiva como descrita anteriormente foi deixando de existir e com isso dando lugar para sociedades com uma estrutura comercial intensa e com isso possibilitando o avanço das atividades matemáticas relacionados com problemas de mensuração e aritméticos presentes em alguns projetos ligados as atividades agrárias e de construções das cidades

Na Mesopotâmia grande parte dos problemas de mensuração já estava entrelaçada juntamente com a geometria desenvolvidas por eles. Segundo registros arqueológicos datado de 2000 a.C a 1600 a.C os babilônicos já tinham a noção:

[...] de regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, da área de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal. (EVES, 2014, p.60).

A Civilização Egípcia diferente da Mesopotâmica ainda não tinha desenvolvido a álgebra para auxiliar nos problemas de caráter geométrico e possibilitar encontrar valores mensuráveis de figuras planas e espaciais. Contudo no Papiro de Rhind um dos documentos mais antigos da Civilização Egípcia foi encontrado 110 problemas relacionados a questões de mensuração entre figuras e que são usados no cálculo infinitesimal de áreas nos dias de hoje, que naquele período eram usados para a mensuração de terras e grãos de alguns alimentos. Tanto a civilização Mesopotâmica quanto a Egípcia desenvolveram o seu método de cálculo a partir de padrões geométricos que dependiam de todo um rigor demonstrativo para comprovar determinados problemas do cálculo.

A Grécia Antiga abrigou os melhores matemáticos de todos os tempos conhecidos pela história antiga. Graças à cidade de Alexandria considerada como o centro intelectual da época foram desenvolvidos trabalhos no campo da matemática que tornaram o desenvolvimento da disciplina muito avançado aos dias de hoje, a cidade se tornou um porto seguro para o desenvolvimento de atividades científicas que durou cerca de meio milênio. Os maiores matemáticos da Antiguidade que serão citados nesse capítulo foram professores ou até mesmo alunos da Universidade de Alexandria. E com isso muitos trabalhos relacionados ao Cálculo infinitesimal foram desenvolvidos por meio de métodos que são utilizados em muitas demonstrações em problemas envolvendo sólidos de revolução até os dias atuais.

A idade média foi o período histórico que teve início no século V e seu termino no século XV. Tendo início com a queda do Império Romano do ocidente em 476 e terminou com a tomada de Constantinopla em 1453 pelos turcos bárbaros. Durante esse período turbulento a Europa Ocidental passou por períodos obscurantistas com retrocessos em vários campos, principalmente, o científico. O conhecimento grego deixou de ser considerado importante, juntamente com todos os ofícios artísticos que remetiam aos legados das civilizações antigas, muito por conta de problemas religiosos.

A civilização romana não fazia grandes distinções para o conhecimento da matemática, pois grande parte dos seus trabalhos no campo da matemática estava relacionada aos problemas mais de usos práticos, aplicados como nas áreas comerciais e voltados para construções. Relacionados à engenharia civil, os problemas, talvez por isso não tratassem do campo da matemática mais abstrata. A partir dos séculos XII e XIII toda a Europa Latina tornou-se receptiva a cultura tradicional remetida através dos gregos, árabes, sírios e outras línguas.

O Renascimento começou em toda a Itália, no século XVI, e difundiu-se por toda a Europa a partir dos séculos XV a XVI. Foi um período da história europeia marcado por um renovado interesse pelo passado greco-romano, especialmente pelo caráter artístico presente em muitas obras classicistas de algumas épocas.

Durante o período renascentista o apogeu desse período estava direcionado à matemática e às ciências da natureza. A precisão do cálculo chegou a influenciar a estética de muitas esculturas e obras de artes criadas por alguns artistas. Desenvolvendo assim proporções e perspectivas que permitiam o realismo nas obras.

A Europa no final século XVI e início do século XVII foram considerados como o espaço da matemática formal, todo o rigor e sutileza dessa disciplina são observados em muitas publicações feitas ao longo de muitos anos, e considera-se que a matemática deu um salto de 1000 anos graças aos estudos feitos por matemáticos no campo da geometria, álgebra, topologia e principalmente no cálculo infinitesimal durante esse período.

Segundo alguns estudos, o cálculo diferencial e integral foi um dos avanços mais significativos da história da matemática nos últimos anos e também possibilitou o estudo de praticamente todas as situações da atividade humana que se conhece aos dias de hoje. Esse avanço se deu por matemáticos como: Kepler, Descartes, Cavalieri, Fermat, Wallis, Barrow, Newton, Leibniz e muitos outros matemáticos que aprimoraram e desenvolveram conceitos e estudos tanto no campo algébrico quanto no geométrico que permitiu dar um rigor sistemático para uma das disciplinas mais estudadas no campo universitário.

Sabemos que o cálculo infinitesimal trabalha com problemas relacionados a área, volume e taxa de variação de função, grande parte dos conceitos já estava estabelecida graças aos trabalhos dos matemáticos gregos, egípcios, mesopotâmicos e outros que precederam os matemáticos europeus, pois eles abriram portas para a noção demonstrativa através do cálculo de área e volume de figura planas e sólidos geométricos.

Grande parte dos conceitos do cálculo que conhecemos aos dias de hoje foram estabelecidos através da visão e estudos de alguns físicos e astrônomos do século XVI empenhados em entender e desenvolver teorias matemáticas que explicassem a dinâmica dos astros e dos sistemas planetários e dessa forma entender como se dá o movimento planetário. O cálculo infinitesimal desenvolvido no final do século XVI teve um padrão expandido graças aos trabalhos desenvolvidos através do aprimoramento da Geometria com características algébricas através do uso das coordenadas cartesianas para representação gráfica de uma determinada curva.

3 AS CONTRIBUIÇÕES DE GOTTFRIED LEIBNIZ PARA A FUNDAMENTAÇÃO DO CÁLCULO INFINITESIMAL

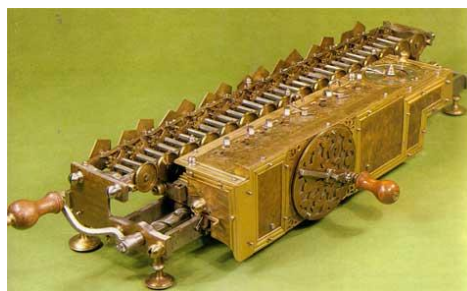
Gottfried Leibniz (1646 – 1716) foi considerado o grande gênio universal do século XVII e grande rival de Newton na descoberta do cálculo infinitesimal. Desde criança sempre foi autodidata aprendendo latim e grego por conta própria e estudando também livros e trabalhos clássicos da literatura e filosofia antiga voltando sua maior atenção para o Logicismo e sempre tentando refutar os princípios das obras de Aristóteles. Com 12 anos de idade dominava grande conhecimento de matemática, filosofia e teologia, nesse mesmo período Leibniz começou a criar suas primeiras ideias de sua característica generalis apesar da pouca idade o seu artigo foi rejeitado na Universidade de Leipzig onde foi lhe negado o grau de doutor em filosofia.

Após concluir a sua graduação Leibniz conheceu o matemático Erhard Weigel, que ajudou Leibniz a entender a importância legítima dos métodos matemáticos através das suas concepções lógicas e filosóficas. Assim em 1663, Leibniz voltou para a Universidade de Leipzig, onde recebeu o título de Mestre em Filosofia, com o desenvolvimento da sua dissertação sobre os aspectos filosóficos aplicados com concepções matemáticas, ideias essas adquiridas com os estudos aprendidos com Weigel.

Durante uma viagem a Paris, no outono de 1672, Leibniz conheceu o matemático Christian Huygens, diplomata, que pediu ao cientista, para ajudá-lo com aulas particulares de matemática. Huygens propõe a Leibniz muito problemas matemáticos, juntamente com algumas biografias que permitissem o estudo do diplomata.

Em 1673, Leibniz foi convidado a visitar Londres para missões diplomáticas e nesse mesmo ano, ele desenvolveu uma máquina de calcular feita de madeira e metal, onde utilizava uma pequena roldana que permitia manipular os números, a máquina realizava operações simples de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Figura 2: Máquina de calcular de Leibniz



Fonte: CALÁBRIA, 2017, p. 61.

Foi em 1682 que Leibniz decidiu criar uma revista científica que circularia pela Europa, disseminando várias publicações no campo da matemática e da lógica, a revista ficou conhecida como *Acta Eruditorum Lipsienium*, que era publicada mensalmente. Dois anos após a criação da revista Leibniz publicou um artigo conhecido com o nome de Novo método para máximo e mínimos (*Nova Methodus Pro Maximis et Minimis*) esse material foi o primeiro publicado mundialmente a respeito do cálculo infinitesimal, onde Leibniz estabeleceu de modo sucinto as regras de diferenciação.

Através das ideias de vários matemáticos como John Craig que foram responsáveis por disseminarem a ideia do cálculo na Europa nos anos que se seguiram, Leibniz publicou na *Acta Eruditorum Lipsienium*, um artigo sobre a análise dos indivisíveis, nesse material ele afirmava que a integração era o inverso da derivação. No mesmo ano ele apresentou a simbologia \int , aprimorando assim as relações no cálculo diferencial e integral. Além de desenvolver trabalhos dentro do campo da matemática Leibniz publicou muitos trabalhos na Lógica, na Teologia, na Metafísica e nas Ciências.

As principais etapas dos estudos de Leibniz em suas descobertas remetiam aos tratamentos analíticos feitos por Cavalieri através das transformações de quadraturas, a introdução da simbologia \int , a introdução também do símbolo d para se tratar da operação inversa de \int e a exploração das regras para \int ed.

Segundo alguns estudos históricos mostram que o uso das letras d e \int remetiam para a soma e diferença que mostrasse a analogia entre o cálculo de soma e diferença e também entre o cálculo das áreas e das tangentes.

Percebe-se em Leibniz uma sensibilidade em representar as suas notações que o mesmo tinha a preocupação apurada que discernia de modo claro as potencialidades de uma simbologia bem rematada como vemos em suas notações do Cálculo, notações essas bem mais legíveis e convenientes do que as notações criadas por Newton.

A primeira publicação do cálculo de Leibniz foi em 1684 em uma edição da *Acta eruditorum* sob o título de *Nova methodus pro maximis itemque tangentibus, qua nec irrationales quantitates moratur* (Um novo método para máximos e mínimos e também para tangentes que não é obstruído por quantidades irracionais). Nesta publicação ele já citava notações como dx , dy e algumas regras de diferenciação como $d(uv) = u.dv + v.du$ e o diferencial para o quociente de uma expressão quando vale a condição de $dy = 0$.

No ano de 1686, Leibniz publicou novamente na *Acta eruditorum* outro artigo em que tratava da relação inversa entre diferenciação e integração. Introduziu de modo sistemático a simbologia \int para representar a notação algébrica do somatório das figuras de uma curva.

Com a publicação destes dois artigos começaram a ser desenvolvido um ambiente de extrema fertilidade no campo da matemática em toda a Europa naquele período. Com Leibniz se juntaram a família Bernoulli que absorveram muitos dos métodos criados por ele, logo após com seus trabalhos Leibniz continuou há influencia as gerações de matemáticos que se seguiram, matemáticos como Euler, Lagrange, Gauss, Riemann e muitos outros que são considerados descendentes intelectuais de Leibniz.

4 SOBRE A METODOLOGIA, COLETA E ANÁLISES DOS DADOS

A metodologia escolhida para a investigação sobre o estudo do cálculo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, de caráter bibliográfico. Neste estudo, incluímos também, abrangendo a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo a aplicação de questionários.

O nosso interesse em selecionar o curso de Licenciatura em Matemática para aplicação de questionários com os professores que ministraram e/ou ministram componentes curriculares do Cálculo Integral e Diferencial, buscou a compreensão das relações dessa atividade com o seu contexto mais amplo, ou seja, discutir como o ensino do Cálculo tem sido tratado na atualidade, no curso. Com essa perspectiva, examinamos as respostas dos professores ao questionário tentando identificar como o curso de cálculo acontece atualmente. Essa investigação utilizou, portanto, uma metodologia qualitativa, recorrendo essencialmente às técnicas de questionário.

O questionário com questões abertas foram elaborados para coletar dados junto ao grupo de professores do curso de licenciatura, e teve como objetivo verificar como esses sujeitos, vinham compreendendo o ensino do cálculo na atualidade e se os mesmos utilizavam a história da matemática nas suas aulas. Os participantes do estudo são professores do curso de licenciatura em matemática, no Estado da Bahia, num total de 06 sujeitos.

Com o objetivo de conhecer melhor as características dos professores participantes da pesquisa, algumas questões como idade, sexo, tempo de ensino e local de trabalho constaram do questionário, na sua primeira parte.

As duas primeiras são referentes à identificação dos professores (dados de cunho demográfico), as demais se referem, especificamente, à trajetória profissional dos professores e constituem outra parte do questionário.

A caracterização dos sujeitos que compõem o grupo de professores participantes do curso de licenciatura em matemática e que responderam ao questionário foi inicialmente, pensada no sentido da experiência docente, em sala de aula.

Dos professores convidados a participarem da pesquisa, no total de 06 apenas 05 responderam ao questionário. Os três primeiros professores que responderam ao questionário sobre o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, nos Cursos de Engenharias e Licenciatura em Matemática da instituição pesquisada, por meio do uso da História do Cálculo como possibilidade metodológico para o ensino do componente curricular, são mestres em Matemática, o quarto e o quinto professor tem formação em engenharia, com mestrado em matemática, e o nosso último é o que mais tem tempo de exercício da profissão, possui curso de especialização. A fim de preservar o anonimato desses profissionais, vamos identificá-los por números para caracterizá-los na pesquisa realizada.

A Professora nº1 exerce a profissão docente há 40. Perguntada como o Cálculo é ensinado hoje nos cursos universitários? A professora, respondeu:

Não tenho conhecimento do ensino do cálculo em detalhes em toda a instituição, mas percebo que existe uma preocupação em atividades praticas e teóricas. Enquanto professora de calculo tenho a preocupação em mostrar porque estudamos calculo, mas também em suas aplicações e fatos teóricos.

Sobre a utilização da História da Matemática para mostrar aos alunos a evolução histórica dessa ciência, em especial, no ensino do Cálculo, a professora destaca que: *Sim, mas não como deveria ser. A preocupação em cumprir o programa às vezes nos distancia de fatos importantes de sua evolução.*

Com relação à questão sobre na História do Cálculo qual (is) o(s) matemático(s) e suas contribuições que você destacaria? A professora nº 1 destacou *Issac Newton, Gottfried Leibniz e Leonard Euler.*

A Professora nº2 possui formação Acadêmica em Licenciatura e Bacharelado em Matemática, é Mestre em Matemática e com relação ao tempo de exercício profissional informa que tem 40 anos de magistério, sendo 17 de nível superior.

Sobre a questão: Como o Cálculo é ensinado hoje nos cursos universitários? A professora relembra que:

Ainda como no tempo em que estudei! Regras e regras, demonstrações e exercício. O pouco tempo de aula pouco, permite que se faça uso dos recursos tecnológicos para apresentar a disciplina e suas aplicações.

Perguntada se utiliza a História da Matemática para mostrar aos alunos a evolução histórica dessa ciência, em especial, no ensino do Cálculo? *Infelizmente, uso muito pouco,*

como a maioria dos professores. Insisto no mesmo ponto: tempo curto para grande quantidade de conteúdos.

Ainda com relação à História do Cálculo sobre qual (is) o(s) matemático(s) e suas contribuições que você destacaria?

Newton com a criação do teorema binomial e com a invenção do cálculo e Leibniz com a invenção do cálculo e algumas notações.

O Professor nº3, o mais jovem dos professores participantes, possui formação acadêmica em Licenciatura em Matemática, é Mestre em Matemática e com relação ao tempo de exercício profissional informa que tem 04 anos atuando no ensino superior. Como o Cálculo é ensinado hoje nos cursos universitários? O professor respondeu:

É muito comum abordar conceitos iniciais do cálculo fundamental, assuntos no ensino médio antes de começar o curso de cálculo. Pois devido à defasagem no ensino básico é necessário sempre revisar assuntos fundamentais da matemática.

Sobre a utilização a História da Matemática para mostrar aos alunos a evolução histórica dessa ciência, em especial, no ensino do Cálculo? O professor respondeu: *Não. Cito apenas os nomes dos Grandes Matemáticos que descobriram as fórmulas que usamos no curso de Cálculo.*

Perguntamos, em seguida:

Na História do Cálculo qual (is) o(s) matemático(s) e suas contribuições que você destacaria? O professor respondeu: *Euler, Gauss, Newton, Leibniz, Sophus Lie e Riemann.*

O professor nº 4 é engenheiro eletrônico, possui mestrado em matemática e exerce a profissão há 17 anos. Perguntado sobre Como o Cálculo é ensinado hoje nos cursos universitários? Respondeu que *o cálculo é ensinado nos cursos universitários, especialmente de engenharia, para ser uma ferramenta utilizada pelas disciplinas técnicas do curso. São considerados importantes os conceitos básicos e as técnicas de derivação e integração*

Você utiliza a História da Matemática para mostrar aos alunos a evolução histórica dessa ciência, em especial, no ensino do Cálculo?

O professor esclarece que quando ministra as disciplinas de cálculo, utiliza a história da matemática, com o objetivo de dar uma visão histórica e facilitar a compreensão das técnicas desenvolvidas.

Ainda, perguntamos se na História do Cálculo qual (is) o(s) matemático(s) e suas contribuições que você destacaria?

Para o professor são muitos, porém considero importante o trabalho de Isaac Newton, Leibniz, Riemann, Dirichlet, da família Bernoulli, Lagrange, entre

outros. Newton e Leibniz deram contribuições fundamentais na criação do cálculo e Rieman foi um dos responsáveis pela estruturação atual do cálculo.

O professor nº 5 é engenheiro civil, especialista, com 54 anos de profissão no ensino superior. Têm ensinado nos cursos de Engenharia Civil e Matemática as disciplinas de Cálculo I, II, III e IV.

Para a primeira pergunta do questionário: Como o Cálculo é ensinado hoje nos cursos universitários? O professor respondeu: *Exatamente como se ensinava há 40 anos. Houve uma melhoria na qualidade dos livros e modernamente alguns professores utilizam computadores, mas os alunos ainda não acompanham.*

Utiliza-se a História da Matemática para mostrar aos alunos a evolução histórica dessa ciência, em especial, no ensino do Cálculo? *Para o professor a História da Matemática é sempre útil como motivação em sala de aula.*

Qual (is) o(s) matemático(s) e suas contribuições que você destacaria, na História do Cálculo? Respondeu: *Newton, Leibniz, Bernouille, Laplace, Lagrange e Pascal.*

A partir da análise dos questionários é possível perceber que os professores do curso de licenciatura em matemática quase não utilizam a tendência da história da matemática, no ensino do cálculo. Sabemos que as transformações estão ocorrendo no ensino de matemática, principalmente, no curso de formação inicial de professores em matemática, de um ensino tradicional, que concebia esta ciência como um conhecimento pronto e acabado, passa-se para um ensino não tradicional, que privilegia o aluno como centro do processo de ensino e aprendizagem, entretanto, essa mudança ainda é tímida, muito pouca. A matemática é percebida, atualmente, como uma ciência que está sendo continuamente usada pelo homem, que estuda e investigam modelos, regularidades, leis de formação, em diversas situações. Logo, aprender matemática significa construir matemática e a história da matemática como foi mostrado nessa pesquisa pode contribuir e muito para desmistificar o ensino de matemática.

A mudança de percepção em relação ao ensino de matemática, de um ensino tradicional para um ensino não tradicional, implica diretamente a ação do professor em sala de aula. O professor autoritário, centralizador, deve mudar seu modo de atuar. Hoje, existe um consenso de que o aluno constrói o seu próprio conhecimento, aprende mais quando experimenta, quando percebe os significados do que estuda, as conexões com a sua própria realidade. E o professor deve ser estimulado a criar situações práticas, a criar em sala de aula um ambiente que requeira uma atitude de investigação, de descoberta pelos alunos, a fim de cada vez mais despertar a curiosidade de saber, de aprender. Em matemática, o professor pode

utilizar diferentes recursos e metodologias para mostrar a evolução da matemática através dos tempos. O professor deve criar um ambiente questionador, desafiador para o aluno, que o leve a usar a criatividade, através do seu esforço intelectual e da interação social com outros colegas na busca das soluções. Desmistificar o ensino da matemática passa por tornar a matemática mais próxima dos alunos e um fio condutor poderia ser a história da matemática que aproxima a própria matemática da vida dos homens.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Basicamente guiamos nossa pesquisa na busca de uma compreensão sobre Quais são as funções particulares do ensino do cálculo como uma disciplina ou atividade componente de um currículo de Matemática, visando à formação de professores? Aparentemente trata-se de uma questão de resposta simples. Mas não podemos nos iludir ou contentar com uma análise rápida da questão. Estamos frente a uma problemática complexa e que nos conduziu a reflexões teóricas no nosso trabalho final de conclusão do curso de graduação em licenciatura em Matemática, na tentativa de respondemos com lucidez e bom senso.

Uma visão um tanto ingênua sobre o papel do ensino do calculo atribui a esta uma função quase magica, como se o seu domínio ou a sua aplicação possibilitasse a resolução de todos os sérios problemas envolvidos no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

A resposta à questão acima, concluímos nesse estudo está intimamente relacionada à nossa própria concepção de Matemática. Se a encaramos como uma ciência autossuficiente, pronta e acabada estamos reduzindo a possibilidade de trabalhar com a matemática. Defendemos que existam vários modelos de ensino, ou seja, um mais tradicional, talvez centrado numa concepção de ensino do Cálculo como aprenderam no passado, utilizando poucos recursos nas aulas de matemática, quer sejam de natureza tecnológica, com o uso de programas, softwares de informática, ou mesmo a pesquisa da História da Matemática. Outro modelo seria um misto do ensino mais tradicional, porém, híbrido, utilizando os recursos da informática e outros e um terceiro mais atualizado, dinâmico que insere a pesquisa, a investigação como uma metodologia de ensino.

Nesse sentido o nosso trabalho pode auxiliar os professores de cálculo diferencial e integral em suas atividades diárias e contribuir de modo significativo para o processo de ensino e aprendizagem incluindo elementos da História da Matemática nas aulas de cálculo, a fim de contextualizar o ensino do cálculo nas universidades, situando no espaço e o tempo, criando possibilidades de motivar e despertar a curiosidade dos alunos para a aprendizagem

dos assuntos trabalhados no componente curricular, principalmente nos cursos de formação inicial de professores.

A história do Cálculo Diferencial e Integral deve ser explorada pelos professores e alunos, pois esclarece ideias matemáticas, evolução dos conceitos e também contribui para a construção de um olhar crítico a respeito do desenvolvimento da disciplina.

Os conhecimentos da história do Cálculo permitem uma melhor compreensão de como chegar a algumas informações atuais e porque se deve ensinar determinado conteúdo.

Conhecendo os matemáticos e suas dedicações em explorar novas ideias, mesmo partindo de informações insuficientes de suas épocas, conseguiu de modo significativo desenvolver teorias e conceitos referentes ao Cálculo diferencial e Integral. Isso leva os alunos a permear muitas vezes o mesmo caminho.

Acompanhando todo o processo evolutivo do Cálculo podemos perceber que o cálculo Diferencial e Integral não surgiu pronto e acabado da cabeça do homem, ele teve todo um processo construtivo ao longo à história da matemática, que inicia desde a Antiguidade ate prolonga-se aos tempos modernos. Com destaque a dois grandes matemáticos Newton e Leibniz.

Graças não só a Newton, como a Leibniz o cálculo estudado durante o semestre em uma graduação tem uma linguagem simplificada em suas notações, pois Leibniz teve essa preocupação em “traduzir” essa disciplina em uma linguagem universal, pois ela permitiria a acessibilidade de seus estudos a todos os níveis de pessoas que consideram o cálculo um grande recurso para desenvolver esses recursos durante os processos de aplicabilidades do dia adia.

O Cálculo tornou-se uma disciplina indispensável na formação científica do homem contemporâneo, os conhecimentos que se adquirem num curso de cálculo Diferencial e Integral capacitam o aluno a analisar e resolver problemas que se aplica a sua área de estudo que pode se estender desde as ciências biológicas, a física, a engenharia e muitas outras áreas que permitem a funcionalidade dessa ferramenta como objeto de aplicação.

Conhecer a história do Cálculo e como ela se desenvolveu é participar de modo significativo na construção e reconhecer o seu valor para a Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BARON, M. **Curso de História da Matemática**. Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Newton e Leibniz. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1985.

- BOYER, Carl. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1906.
- CALABRIA, Angélica; BONFIM, Sabrina. **O Cálculo diferencial e integral de Newton e Leibniz**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- CATININ, Veriano. **A Origem do Cálculo Diferencial e Integral**. 2001. 27f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Instituto de Planejamento e Desenvolvimento, Universidade Candido Mendes, Rio de Janeiro, 2001.
- EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática**. São Paulo: Unicamp, 2004.
- FARA, Patrícia. **Uma Breve História das Ciências**. São Paulo: Fundamento, 2014.
- FLEMMING, Diva; GONÇALVES, Mirian. **Cálculo A**. São Paulo: Makron, 1992.
- HÉLLENN, Hallynnee. **A Importância da História da Matemática**. 2013. 39f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Técnicas de Ensino, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014.
- JORGE, Lúcia Maria de Freitas. **Pierre de Fermat: E o nascimento da Geometria Analítica**. 2005. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Bahia, 2005.
- MANUEL, Romeu. **A Invenção do Cálculo por Newton e Leibniz e sua evolução para o Cálculo Contemporâneo**. 2007. 51f. Trabalho de conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.
- PERKINS, Franklin. **Compreender Leibniz**. Rio de Janeiro: Vozes, 2009.
- ROQUE, Tatiane. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- ROSANE, Carmen. **A Característica Universal de Leibniz: Contextos, trajetórias e implicações**. 2015. 190f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2015.
- STEWART, Ian. **Em Busca do Infinito**. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.
- STRATHERN, Paul. **Leibniz em 90 minutos**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 2002.
- STRUIK, Dirk. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva Publicações.