

ANÁLISE DINÂMICA COMPUTACIONAL DE PONTE EM CONCRETO ARMADO

Daniel de Souza Machado*
Marcus Vinicius Ribeiro e Souza**

RESUMO: Pretende-se neste trabalho realizar a análise computacional do comportamento dinâmico de uma estrutura de ponte de concreto armado vibrando livremente (análise modal). Caracteriza-se como análise modal, encontrar modos de vibração e frequências naturais da estrutura. Tem-se como objetivo principal a discussão do mais adequado modelo para a estrutura escolhida, de forma que os resultados da análise apresentados aproximem-se o máximo do comportamento real da estrutura. Considera-se que a ponte aqui analisada não está sujeita aos carregamentos dinâmicos como impactos, ação do vento ou qualquer ação deste tipo (que não são significativas em pontes de pequeno porte). Portanto, conclui-se que as cargas móveis (veículos atravessando a ponte) é o carregamento dinâmico de maior importância neste tipo de estrutura e estão relacionados aos modos de vibração na flexão.

Palavras-chave: Análise modal; Vibração de estruturas; Análise computacional.

INTRODUÇÃO

Pontes são estruturas que estão sujeitas aos carregamentos dinâmicos devido principalmente à movimentação de veículos e à ação do vento.

Devido ao caráter transiente (ação não periódica) tanto da ação do vento como da movimentação de veículos nas pontes, as conseqüentes respostas são de natureza dinâmica e as estruturas submetidas a essas ações estão sujeitas aos efeitos da ressonância (AMADOR, 2003, p.1). Vários estudos vêm sendo realizados ao longo dos anos em todo o mundo a respeito deste assunto. Pretende-se neste trabalho definir uma ponte de concreto armado para posterior análise computacional do comportamento dinâmico da estrutura vibrando livremente caracterizada como análise modal, ou seja, encontrar modos de vibração da estrutura e também as frequências naturais.

Modo de vibração representa a forma com que a estrutura pode vibrar quando excitada por um tipo de carregamento periódico ou não periódico numa certa frequência. Entende-se por frequência o número de ciclos que um movimento periódico efetua na unidade de tempo. Diferentes frequências naturais da estrutura estarão associadas a diferentes modos de vibração. A frequência mais baixa ou fundamental está associada ao primeiro modo de vibração, a segunda está associada ao segundo e assim por diante. Uma estrutura contínua (hipótese do contínuo) terá infinitos modos de vibrações e frequências naturais associadas. No entanto, para conhecer os esforços e tensões internas decorrentes das ações dinâmicas necessita-se conhecer os modos de vibração mais importantes, ou seja, os quais, devido ao tipo de carregamento dinâmico, terão maior probabilidade de ocorrência. Tem-se como objetivo principal a discussão do mais adequado modelo para a estrutura escolhida, de forma que os resultados apresentados aproximem-se o máximo do comportamento real da estrutura. Portanto, serão apresentados

* Mestrando em Engenharia Civil do Departamento de Estruturas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: danielslash@yahoo.com.br - Autor

** Acadêmico do Curso de Engenharia Civil da Universidade Católica do Salvador – UCSal. E-mail: Marcus_vrs@yahoo.com.br.

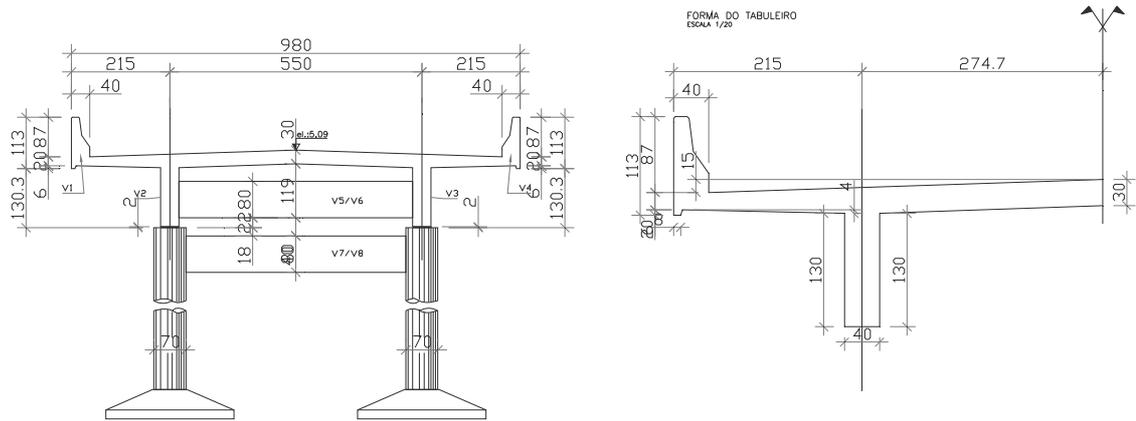


Figura 3 – Seção transversal da ponte.

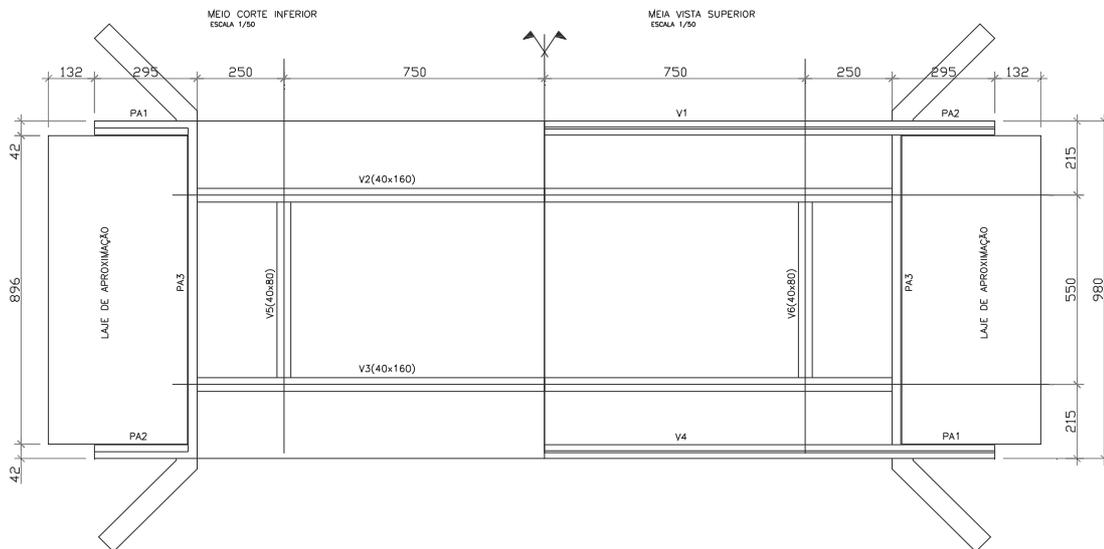


Figura 4 – Vista superior da ponte.

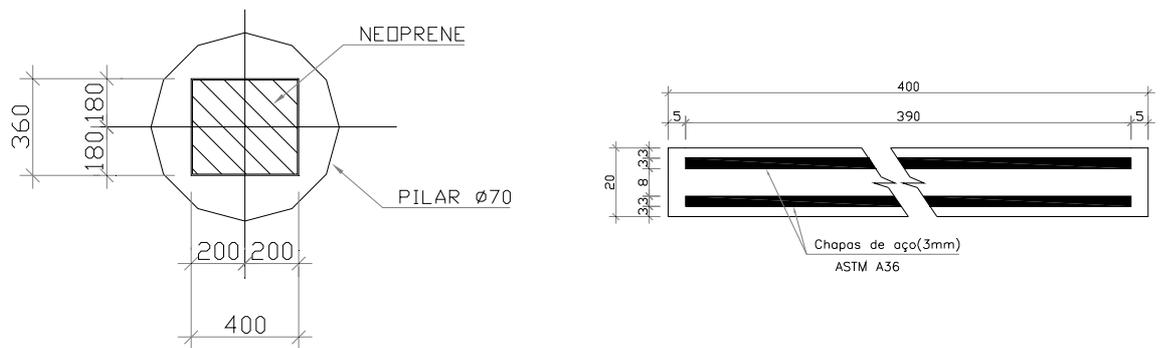


Figura 5 – Aparelhos de apoio (Neoprene)

A “Tabela 1” mostra as propriedades geométricas necessárias para a obtenção dos modos de vibração de frequências naturais da estrutura a ser analisada.

Tabela 1 – Características e propriedades geométricas do material

Elementos	
Comprimento total do tabuleiro (m)	20,00
Largura do tabuleiro	9,80
Vão central/balanços (m)	15,00 / 2,50
Área da seção transversal da ponte (m ²)	4,26
Momento de Inércia I _y (m ⁴)	0,89 *
Momento de Inércia I _z (m ⁴)	38,61 *

* Os momentos de inércia I_y e I_z se referem aos eixos horizontal e vertical respectivamente.

Propriedades do material

O concreto utilizado nos elementos estruturais da ponte possui resistência característica a compressão de 20 MPa, módulo de elasticidade de 25000 MPa e massa específica de 2500 Kg/m³. O módulo de elasticidade foi determinado pelo fck do concreto a partir da formula sugerida pela NBR 6118 (2003, p.19).

Tabela 2 – Propriedades do material.

Elementos	
fck (MPa)	20
Módulo de Elasticidade longitudinal E (MPa)	25000 *
Massa específica do concreto armado (kg/m ³)	2500

* O módulo E foi determinado a partir de formulação $E = 5600\sqrt{fck}$ encontrada na NBR 6118 (2003).

MÉTODOS DE ANÁLISE

Métodos utilizados

A análise dinâmica modal foi feita a partir de dois métodos:

- Análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) através de programa computacional;
- Método analítico de análise de sistemas contínuos.

O segundo método será empregado apenas com o objetivo de confirmar a coerência nos resultados encontrados (modos e frequências de vibração) no programa utilizado para a análise dinâmica da estrutura.

Modelo computacional (MEF)

A análise dinâmica modal numérica foi feita pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) com a utilização do programa de análises estática e dinâmica SAP 2000 Nonlinear desenvolvido pela Computers and Structures, Inc. O modelo tridimensional para análise foi criado tentando se

aproximar ao máximo das características da ponte para a obtenção de resultados mais próximos à realidade. Pilares, vigas, transversinas e defensas foram modelados a partir dos elementos de barras (*frames*) e a laje foi modelada a partir do elemento de casca (*shell*), “Figuras 6 e 7”. A estrutura foi discretizada em 192 frames e 840 shells para que representem-se com maior fidelidade os modos de vibração, períodos e consequentemente as frequências naturais.

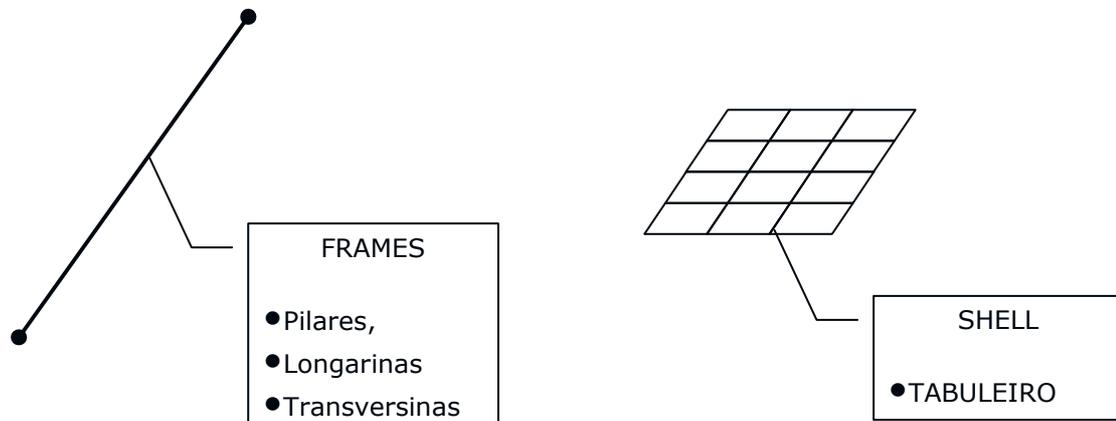


Figura 6 – Modelo computacional da ponte em SAP 2000.

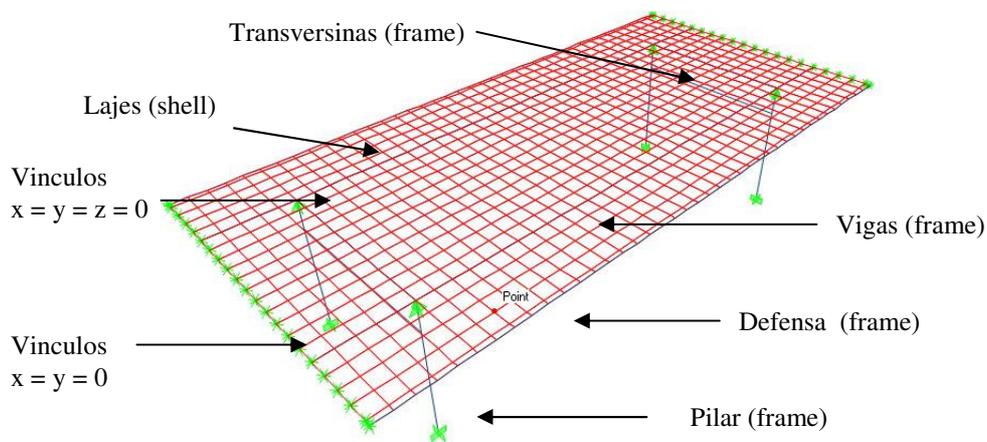


Figura 7 – Modelo computacional da ponte em SAP 2000.

Na modelagem dos aparelhos de apoio foram utilizados restrições de translação apenas, nas direções (x,y,z), para que permitisse o giro em torno do apoio. Para melhor caracterização do aparelho de apoio (neoprene), poderia ter-se utilizado molas que se assemelhassem às características do material.

Modelo de solução analítica

Analiticamente foram determinadas as quatro frequências naturais associadas aos modos de vibração de flexão longitudinal, tendo em vista que são os mais importantes devido ao tipo de excitação que está sujeita a ponte em estudo. Para isto utilizou-se a fórmula para determinação das frequências naturais de vibração de flexão de sistemas contínuos para vigas delgadas

biapoiadas, desprezando-se os efeitos de inércia rotacional e da flexibilidade por corte (GROEHS, 2001, apêndice V-I):

$$\omega_n = \frac{Kn}{L^2} \sqrt{\frac{I}{A}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{Kn}{L^2} \sqrt{\frac{I}{A}} c_L \quad (1)$$

onde,

n = frequência circular natural de ordem “n”;

Kn = fator associado à frequência circular;

L = comprimento da viga;

I = momento de inércia da seção transversal com relação ao eixo normal ao eixo das vigas;

A = área da seção transversal;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material da viga;

ρ = massa específica do material da viga;

c_L = velocidade do som no material constituinte da viga.

RESULTADOS E ANÁLISE

Foram determinados os 20 primeiros modos de vibração da ponte, sendo considerados de maior importância os modos, 1, 3, 14 e 20. Nota-se que estes modos ocorrem no plano vertical paralelo ao eixo longitudinal da ponte e são caracterizados como modos de vibração na flexão longitudinal. No caso de pontes, principalmente de pequeno porte como a que está sendo analisada neste trabalho, o carregamento dinâmico será produzido por cargas móveis (veículos) atravessando a ponte no sentido longitudinal, daí a importância dos modos de vibração do tipo flexão longitudinal neste tipo de estrutura.

A “Tabela 3” apresenta alguns modos encontrados, frequência natural e tipo do modo quanto ao plano de atuação, na primeira, segunda e terceira coluna respectivamente. Estão representados o 1º, 2º, 3º e 4º modos tipo flexão longitudinal.

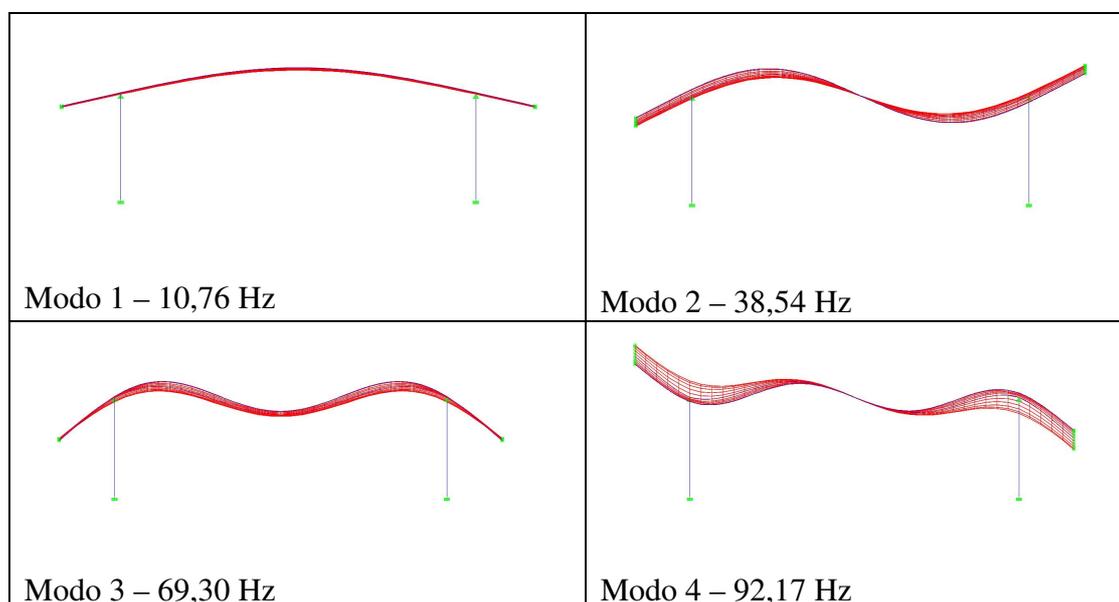
Tabela 3 – Valores de frequências associadas a cada modo de vibração.

Modo	Frequência (Hz)	Tipo de Modo	
1	10,76	Flexão Longitudinal	1°
2	22,14	Flexão Lateral	
3	38,54	Flexão Longitudinal	2°
4	42,94	Flexão Lateral	
5	46,23	Flexão Transversal	
6	51,84	Pilar	
7	51,84	Pilar	
8	52,91	Pilar	
9	52,91	Pilar	
10	53,39	Torção	
11	53,76	Flexão Lateral e Long.	
12	56,98	Pilar	
13	56,98	Pilar	
14	69,30	Flexão Longitudinal	3°
15	71,17	Torção	
16	71,43	Torção	
17	77,64	Flexão Lateral e Long.	
18	86,06	Flexão Lateral	
19	92,17	Torção	
20	92,17	Flexão Longitudinal	4°

Os outros 16 modos foram apresentados com o objetivo de mostrar as diferentes formas modais desta estrutura.

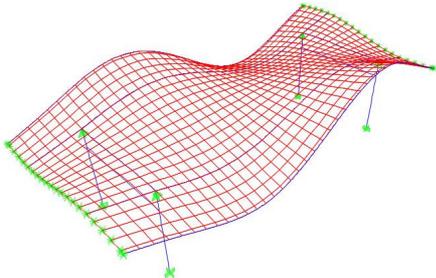
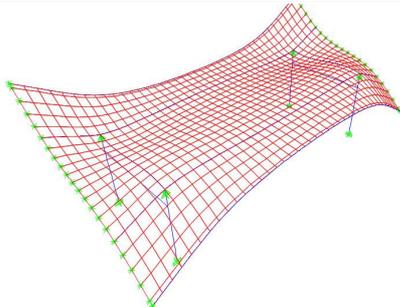
Estão representados na “Tabela 4”, os modos de vibração (longitudinais) e frequências naturais associadas em vista lateral do modelo (ponte).

Tabela 4 – Quatro primeiros modos de vibração na flexão longitudinal da ponte determinados no SAP 2000.



Estão representados na “Tabela 5”, os modos, frequências naturais associadas, o plano de ação dos modos e perspectivas, nas colunas 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

Tabela 5 – Alguns modos de vibração de torção obtidos no SAP 2000 e a representação destes em perspectiva do modelo computacional.

Modo	Frequência (Hz)	Tipo de Modo	
10	53,39	Torção	
15	71,17	Torção	

As frequências naturais obtidas no SAP 2000 foram comparadas com o método analítico de análise dinâmica de sistemas contínuos através da “equação (1)”. Apesar de esta equação ter

sido desenvolvida para vigas simples biapoiadas, pode-se ser utilizada em nível de comparação com a ponte em análise, desconsiderando a existência dos balanços extremos, uma vez que queremos apenas testar a coerência dos resultados obtidos. A “Tabela 6” mostra as frequências naturais determinadas no SAP 2000 e através da “equação (1)”.

Tabela 6 – Comparativo entre frequências naturais obtidas a partir do SAP e do cálculo analítico por sistemas contínuos e relação altura / comprimento da viga.

Modo (n)	Frequência (Hz)		h/L1	h/L1 max
	SAP	Sistemas contínuos		
1	10,76	10,11	0,103	0,2
2	38,54	40,45	0,207	
3	69,30	91,01	0,310	
4	92,17	161,79	0,413	

$L_1 = L / n$, onde n significa o modo de vibração.

Nota-se que à medida que aumentamos o modo (n) de vibração “Tabela 6”, as frequências associadas diferem significativamente quando comparamos os resultados obtidos pelo SAP e pelo método analítico. Sabe-se que este erro ocorre na utilização da “equação (1)”, pois a mesma permite o cálculo das frequências naturais de barras retas com boa precisão, para relações $h/L_1 < 0,2$ (onde h e a altura da barra e L_1 e o vão). Acima desta relação faz-se necessário a utilização da equação de Timoshenko encontrada em Riera (1996, p.83):

$$EI_x \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I_x \left(1 + \frac{\eta E}{G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\eta \rho^2 I_x}{G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (2)$$

ou, desprezando os efeitos de inércia rotacional e da flexibilidade por corte, temos:

$$EI_x \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3)$$

CONCLUSÕES

Este trabalho compreendeu a discussão do melhor modelo de análise dinâmica que mais se aproxima das características reais da ponte, apesar de que ainda poderiam ser feitas considerações para aumentar a fidelidade do modelo. Posteriormente, encontrar modos de vibração e frequências naturais da estrutura em questão.

A partir dos resultados obtidos podemos tirar algumas conclusões simples, porém, que foram importantes para o melhor entendimento do comportamento dinâmico de estruturas de pontes deste tipo em que foi analisada no que diz respeito a modos de vibração e frequências naturais:

- É fundamental o conhecimento dos modos de vibração da estrutura para a determinação da resposta a certos tipos de carregamento dinâmico em que a estrutura está sujeita.
- Os modos de maior importância serão aqueles em que se tem a maior probabilidade de ocorrência, os quais dependem de alguns fatores relativos à excitação, por exemplo, a frequência e direção do carregamento dinâmico.

- Considera-se que a ponte aqui analisada não está sujeita aos carregamentos dinâmicos como impactos, ação do vento ou qualquer ação deste tipo (que não são significativas em pontes de pequeno porte). Portanto, as cargas móveis e o carregamento dinâmico de maior importância neste tipo de estrutura estão relacionados aos modos de vibração na flexão.
- A comparação das frequências obtidas pelo método de sistemas contínuos permitiu a verificação da coerência dos resultados fornecidos pelo SAP 2000, apesar da formulação não ter sido desenvolvida para o tipo de viga encontrada na ponte.
- O trabalho possibilitou o aprendizado do uso do SAP 2000 para análise dinâmica de estruturas no que diz respeito à determinação de modos de vibração e frequências associadas.

REFERÊNCIAS

AMADOR, S. D. R. A.; DE SOUZA, R. M.; RODRIGUES, J. F.; TEIXEIRA, M. R., **Análise Dinâmica Computacional e Experimental da Ponte Metálica de Acesso ao Terminal de Granéis Líquidos do Porto de Vila do Conde, PA**. Proceedings of XXV CILAMCE, Recife, Pernambuco, Brasil, 2004;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

GROEHS, A. G. **Mecânica Vibratória**. 2. ed. São Leopoldo: Ed. Unissinos, 2001

RIERA, J. D. **Introdução a Análise de Vibrações em Estruturas**. Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade. Porto alegre, RS, 1996.